* Ali Charara
  + [ali.charara@utc.fr](mailto:ali.charara@utc.fr)
  + C222
  + 46 78
* Equipe enseignante
  + Ali Charara pour les cours et les TD
  + Philippe Bonnifait pour quelques TD
  + Alessandro Victorino pour les TP
* Examens
  + Médian avant vacances de printemps
  + TP commencent le 12 avril
  + 50% F + 25% TP/TD (participation et examen) + 25% M
  + Prendre des notes en TP car examen de TP !!!
  + Médian sans documents
  + Final avec documents <3
* Salles
  + Cours : FA206
  + TD : FA420
  + TP : RJ216
* TD
  + Login : sy14p001
  + Mot de Passe : iwawyRA2

**Quelques exemples (Médian 97)**

On utilise un échelon de tension de 2

* + Premier ordre
  + Gain statique = 0.5, c'est l'asymptote de sa courbe
* + N.B. : ce système a un numérateur avec une **racine positive**. On parle de 0 instable. Le système ne sera pas stable au début mais reprendre tout de suite une poursuite normale ("il repart dans le sens inverse") car sa véritable stabilité ne dépend que du dénominateur.
  + On identifie facilement sa courbe grâce à cela
  + Seconde ordre
  + ζ < 1 🡺 oscillation
  + valeur finale : 1
  + On peut aussi calculer τeq (1/25)
  + C'est un système du premier ordre !!!
  + Système du second ordre
  + ζ > 1 🡺 amortissement
* **Exercice**
* Caractériser les pôles suivants d'un processus en temps discret échantillonné avec Te=1ms.
  + 1
  + 0,83
  + -0,84
  + -4
  + -0,5
  + -0,5+j.0,43
* On indiquera si le système stable, oscillant, et son temps de réponse si possible

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | * Stable | * Tr | * Oscillant |
| * 1 | * non |  | * non |
| * 0,83 | * oui | * 16 ms |  |
| * -0,83 | * oui | * 16 ms | * oui (complexe) |
| * -4 | * non |  | * non |
| * -0,5 | * oui | * 4,34ms | * oui (complexe) |
| 0,5+j.0,43 | * oui |  | * oui (complexe) |

* + 3° système : donc complexe
  + Dernier système : ρ = 0,66. Arg=0,7 ;
* Complétez le tableau suivant (Te=0,2s) :

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| * FT | * Stabilité | * Tr | * Gain statique | * Oscillant ? |
|  | * pole réel positif => non stable | * Non | * 1 | * Non, pas de racine complexe |
|  | * oui | * 1,18 s | * (q=1) => 1 / 2,41 = 0,415 | * Oui, racines complexes |
|  | * oui | * 3,9 s | * 0,25 | * Non, car pôles réels |

* + 2° système
    - on regarde les racines : -0,5±0,4j
    - module inférieur à 1 (0,64) => stable
  + δ = (q-1)/Te
    - pour le gain statique, δ=0.
    - On cherche les racines en delta pour trouver les racines en q
      * -1 et -2
      * en q : 0,8 et 0,6 => Stable car module < 1
    - Tr :
      * τ1=0,9s
      * τ2=0,4s
      * τeq=1,3s
      * Tr=3,9s.
* Automatique
  + Science des systèmes dynamiques dont l’objectif est la prévention et le contrôle
  + Entrées de commande
    - Action sur le système
    - Capteurs qui reçoivent ces infos, mesures, perturbations
  + Régulateur
    - Agit sur le système en fonction des entrées de commande
  + Boucle fermée
* Systèmes dynamiques
  + Evolution au cours du temps continu
  + Variables internes
  + Entrées de commandes
  + Sorties
  + Perturbations
  + Attention : modèles vus par les calculateurs => en temps discret
* Tendance à tout simplifier
  + Plus de contrôleurs
  + Contrôleurs plus sophistiqués
  + Contraintes fortes
* But
  + Conception d’un contrôleur qui transforme le système réel en “machine virtuelle“
  + Mesures réelles => mesures virtuelles => commandes virtuelles => commandes réelles
* Etapes
  + Modéliser la machine, sous forme d’équations mathématiques (souvent différentielles)
  + Elaborer les équations du contrôleur à partir du modèle
  + Tester
  + Réaliser matériellement le contrôleur
* Gains et fonctions
  + Entrée u, sortie y
  + Gain G

Exemple hydraulique

* + Réservoir cylindrique : c’est un intégrateur
  + Variation de volume avec le temps
  + Système
    - Entrée : débit Q(t)
    - Sortie : hauteur h(t)
    - Etat V(t)
    - V=h.S
    - Intégration =>
* Exemple électrique : un condensateur
  + Même comportement !
    - Variable interne : la charge Q(t), pour le réservoir c’était le volume
* Opérateur dérivation par rapport au temps : p
  + Exemple :
* Fonction de transfert :
  + Sortie/entrée
  + A calculer en fonction de p
  + Appliquée à l’exemple hydraulique
    - On a un intégrateur
  + Autre exemple :
    - Equation du système :
    - La sortie y : y=x
    - La fonction de transfert :
* Réponses typiques
  + Intégrateur (Cf. Poly)
* Ordre du système = nombre d’intégrateurs qu’il contient
* important



* + En fonction de K et de τ on pourra prédire l’évolution du système
  + Solution temporelle du système :
* Equation différentielle du premier ordre
  + Solution temporelle exponentielle
  + Comportement exponentielle => en fonction du signe de la constante multiplicative de t, on connaît le comportement asymptotique du système (stable ou instable, i.e. limite finie ou infinie)
* Exemple : Circuit RC
  + Entrée : tension u(t)
  + Sortie : tension y(t)
  + Etat : charge Q(t)
  + Equations
    - Q(t)=C.y(t)
    - u(t)-y(t)=R.i(t)
    - i(t)=p.Q(t)
  + Système du premier ordre
* Réponse à un échelon de tension
  + τ : constante de temps du système
    - τ : abscisse de l’intersection de la tangente oblique au démarrage de et l’asymptote
    - 3τ : « Temps de réponse à 5% » : la sortie est à 95%de sa valeur asymptotique
  + Atteindre l’asymptote
    - Valeur finale (asymptote) : consigne
    - La constante de temps indique la rapidité du système
    - On peut intervenir sur l’entrée pour accélérer le système
  + K : gain statique
    - Quand plus de variation,
      * p=0
      * on parle d’état stable
      * on peut déterminer K
      * avec U0 valeur de l’entrée échelon (c’est une constante !) et y∞ la valeur finale de la sortie (y à l’infini)



* Stabilité d’une solution
  + 2 solutions :
  + Ecart :
    - ϵ(t)=y1-y2
  + La stabilité dépend de a seulement
  + L’effet de l’état initial
    - a<0 : tend vers 0
    - a=0 : contant
    - a>0 : augmente exponentiellement
  + Système à la limite de la stabilité
    - Stable pour une entrée nulle
    - Instable pour une entrée non nulle
    - Pas très intéressant d’avoir une entrée nulle …
* Retard entre l’entrée et la sortie
* Exemple typique : feu de circulation
  + Le feu passe au vert
  + 10 voitures devant
  + Le feu est vert mais on ne bouge toujours pas car il faut du temps pour que les premières voitures démarrent
  + Si l’entrée est le feu et la sortie la vitesse de notre voiture, alors on a un système à retard
* Aussi :
  + Four
  + Internet (flux de données)
  + Fluide dans un tuyau
* Entrée non nulle, mais sortie nulle
* Modélisation
  + T est le retard
  + (H est la fonction de transfert)
  + Tracé par translation de .
* Représentation d’état
  + (admis)



* + x est un vecteur d’état d’ordre n (nx1)
  + u est une entrée unique (1x1)
  + A (nxn)
  + B (nx1)
  + C (1xn)
  + PIx=Ax+Bu 🡺 (PI-A)x=Bu 🡺 x =(PI-A)^-1 Bu
* Exemple système deuxième ordre : mouvement de la fusée
  + C’est un double intégrateur
  + Représentation d’état :
    - 2 états car 2 intégrateurs (c’est l’ordre du système)
    - et
* Autre exemple : système amortisseur ressort (voir le poly)



* + Masse suspendue soumise
    - à son poids -Mg
    - à la compression du ressort -k.(z(t)-z0)
    - à la viscosité de l’amortisseur
  + On considère la route parfaite
    - PFD :
    - À l’équilibre : vitesse et accélération nulles
    - Représentation d’état :
    - Ecart e(t)=z(t)-zs
      * Dérivée de e égale à celle de z
      * Variables d’état :
  + Si on considère le profil R(t) de la route
    - z(t)=Z(t)-R(t)
    - Ecart
      * Pour trouver la fonction de transfert :

Réponse typique d'un système de second ordre

* + ζ : coefficient d'amortissement
  + ω : pulsation naturelle
  + 3 cas
    - ζ > 1 : on a des racines réelles 🡺 Régime amorti
      * On peut décomposer en 2 systèmes de premier ordre
      * On a une constante de temps équivalente τeq≈τ1+τ2
    - ζ < 1 : on a des racines complexes 🡺 Régime oscillant
      * L'amortissement est faible, s'il atteint 0, il n'y a plus d'amortissement du tout, on a un oscillateur libre
      * On peut décomposer en 2 systèmes de premier ordre
      * Le système a une enveloppe qui correspond à un système de premier ordre
      * τeq=1/(ζ.ω0)
      * N.B. : si on augmente ω0, τeq diminue, donc la rapidité du système augmente effectivement
    - ζ = 1 : on a une double racine réelle 🡺 Régime critique
      * On peut décomposer en 2 systèmes de premier ordre
      * On a une constante de temps équivalente τeq≈2τ
* Un des objectifs principaux de l'automatique : quelle commande appliquer ?

Exemple, si on veut que la sortie soit égale à une référence, il faut que la consigne soit égale à l'inverse de la fonction de transfert.

Boucle ouverte : il faut

* + Stabilité
  + Inversibilité
* On l'utilise très peu.
* Boucle ouverte : aucun retour de la sortie sur l'entrée
* Boucle fermée :
  + le correcteur va agir en fonction de l'écart entre la sortie et la valeur référence
  + permet de tenir compte des pertubations
* Proportionnel
  + Le contrôleur est un gain constant
  + ϵ = yc – y
  + u=Kp . ϵ
  + Exemple :
    - Le système est stable pour p=2-Kp<0 🡺 Kp>2
  + Ne suffit pas toujours à stabiliser le système
  + Manque l'amortissement parfois
* Proportionnel et dérivé
  + Utilisation de la dérivée de l'écart
  + Exemple :
    - F.T. standard d'un 2nd ordre :
    - Si on veut un système plus rapide on augmente ω0 🡺 Kp
    - Si on veut un système plus lent on augmente KD
* Si on ajoute une perturbation 'd' à l'entrée ?
  + Comme si on avait 2 entrées : référence (entrée de commande), perturbation
  + Perturbation constante : d=d0
  + Exemple (même que précédent) :
    - Le PD ne permet pas d'annuler l'effet d'une perturbation constante !
* Stabilité
  + Continue : Poles : Re<0
  + Echantilloné :
    - Pole continue devient ePcTe
    - Le domaine de stabilité devient un cercle centré en 0 et de rayon 1
* Représentation d'état :
  + Valeurs propre de F : module inférieur à 1